

Математически турнир „Иван Салабашев“, 2022 г.

Решения на задачите от темата за 5. клас

1. Стойността на израза $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ е:

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{11}{60}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{13}{60}$

Отговор: D). $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{30 - 20 + 15 - 12}{60} = \frac{13}{60}$.

2. За дробите $a = 2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{6}$, $b = 6\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4}$ и $c = \frac{13}{3} + 1\frac{1}{3}$ е вярно, че

- A) $a = b < c$ B) $a < b < c$
C) $a > b > c$ D) $a < b = c$

Отговор: A). $a = 5\frac{1}{2}$, $b = 5\frac{1}{2}$ и $c = 5\frac{2}{3}$ и $a = b < c$.

3. Числото $\overline{x21y}$ се дели на 5, а $\overline{3y4x}$ се дели на 6. Всички възможните стойности на x са:

- A) 2,6,8 B) 0,2,8 C) 6,8 D) 2,6

Отговор: A). От първото условие следа, че $x \neq 0$, $y = 0$ или 5, а от второто имаме, че x е четно и $x+y+1$ се дели на 3. Решенията са $x = 0, y = 5$; $x = 2, y = 0$; $x = 6, y = 5$ и $x = 8, y = 0$.

4. Числото 1800 е най-малко общо кратно на две от числата 72, 90, 100 и 135. Тези две числа са:

- A) 72 и 135 B) 72 и 100
C) 135 и 90 D) 100 и 90

Отговор: B). Тъй като 27 дели 135, но не дели 1800, то 135 отпада като едно от числата. Единственото число, което се дели на 25 е 100 и значи то е едно от числата. НОК на 100 и 90 е 900 и следователно числата са 72 и 100.

5. В празните кръгчета трябва да се запишат естествени числа, така че да се получат верни неравенства.

$$\frac{5}{6} > \frac{4}{\bigcirc} > \frac{3}{4}, \frac{6}{7} < \frac{\bigcirc}{8} < \frac{9}{10}.$$

Колко е сбора на тези две числа?

- A) 10 B) 12 C) 13 D) 14

Отговор: B). $\frac{5}{6} > \frac{4}{5} > \frac{3}{4}$, $\frac{6}{7} < \frac{7}{8} < \frac{9}{10}$ и $5 + 7 = 12$.

6. Иван има 6 лева повече от Петър. Първо Иван дал на Петър половината от парите, които имал. След това Петър дал на Иван една трета от парите, които имал. С колко парите на Иван са повече от парите на Петър?

- A) 6 B) 5 C) 3 D) 2

Отговор: D). Ако Иван има a лева, а Петър има b лева, след първата размяни те имат съответно $\frac{a}{2}$ и $b + \frac{a}{2}$, а след втората $\frac{2a+b}{3}$ и $\frac{2b+a}{3}$. Разликата е $\frac{a-b}{3} = 2$ лева.

7. Правоъгълен лист с размери 24 см на 210 см е разрязан на еднакви квадрати със страна x см с прави, успоредни на страните му. Ако x е цяло число, колко са възможните стойности на x ?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

Отговор: Г). Числото x трябва да е делител на 24 и на 210. Общите делители на 24 и 210 са 1, 2, 3 и 6.

8. На дъската в нарастващ ред са записани всички трицифренi четни естествени числа, запи- сани с цифри измежду цифрите 1, 3, 6 и 9, като цифрата 6 е използвана един път. Кое число е по средата на тази редица?

- A) 396 B) 336 C) 136 D) 693

Отговор: Б). Числата са 116, 136, 196, 316, 336, 396, 916, 936 и 996.

9. Ученик има монети от 1 лев и 2 лева и банкноти по 5 лева и по 10 лева. Той има точно пари за книга от 25 лева, но не може да си купи химикал за 9 лева без да му връщат ресто. Колко различни суми между 1 и 25 лева включително може да направи ученикът с парите, които има?

- A) 20 B) 19 C) 21 D) 18

Отговор: А). От второто условие следва, че ученикът има една монета от 1 лев и една монета от 2 лева (иначе може да направи 9 лева). От първото условие следва, че има поне три банкноти от 5 лева и една банкнота от 10 лева или една банкнота от 5 лева и поне две банкноти от 10 лева. сумите, които не могат да се получат са 4, 9, 14, 19 и 24, а останалите 20 могат.

10. Колко са трицифрените числа \overline{abc} , за които $2a = b + c$?

- A) 36 B) 25 C) 50 D) 49

Отговор: Г). Сборът $b + c$ трябва да бъде четно число, което е различно от 0. Следователно b и c са цифри с еднаква четност. Тъй като има 5 четни и 5 нечетни цифри, то четните двойки са $5 \cdot 5 = 25$ и нечтните са $5 \cdot 5 = 25$, общо 50. Трябва да изключим двойката $b = c = 0$ и остават 49 двойки.

11. Във всяка от клетките на таблица е записано по едно цяло число. Сборовете на числата в двета реда са равни и сборовете на числата в петте колони са също равни.

3	2		3	*
5		4		

Някои от числата са дадени. Кое е числото в клетката със $*$?

Отговор: 8. От първата колона се вижда, че сборовете на числата в колоните са 8 и таблицата е:

3	2	4	3	x
5	6	4	5	y

Сега имаме $x + y = 8$ и $x + 12 = y + 20$, откъдето $x = 8$ и $y = 0$, т.e $* = 8$.

12. В турнир по футбол участвали 4 отбора, като всеки изиграл срещу всеки по една среща. В крайното класиране сборът от точките на всички отбори е равен на 15. Колко от срещите са завършили наравно?

(Във футбола за победа са дават 3 точки, за равен – 1 точка и за загуба – 0 точки)

Отговор: 3. Всички срещи са 6 и от тях 3 са завършили с победа (дават общо 9 точки) и три с равен (дават общо 6 точки).

13. С цифрите 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9 са образувани две двуцифрени числа a и b и едно трицифрене число c , като всяка цифра е използвана по един път. Ако $a + b = c$ и цифрата на десетиците на числото a е 5, колко е c ?

Отговор: 146. Първата цифра на c е 1. При събирането (с изключение на $4 + 5$) винаги ще имаме пренос. Лесно се вижда, че първата цифра на b не може да е 4, 6, 7 или 9, остава да е 8. Числата са: $57 + 89 = 146$ или $59 + 87 = 146$.

14. Да се намери сборът на всички цифри, използвани за номериране на страниците на книга с 30 страници.

Отговор: 168. Цифрата 1 се среща 13 пъти (в числата 1, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21), цифрата 2 се среща 13 пъти (в числата 2, 12, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29), цифрата 3 се среща 4 пъти (в числата 3, 13, 23, 30), останалите ненулеви цифри се срещат по 3 пъти. Следователно сборът е: $13 + 2 \cdot 13 + 3 \cdot 4 + (4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) \cdot 3 = 168$

15. На дъската е записана редица от естествени числа. Първото число е равно на 1, а всяко следващо число е равно на броят на положителните делители на числото, получено от произведението на предишното число с 2. Кое е 2022-то число в тази редица?

Отговор: 4. Второто число е броят на делителите на 2, т.e. то е 2. Третото число е броят на делителите на 4, т.e. 3. Четвъртото число е броят на делителите на 6, т.e. 4. Петото число е броят на делителите на 8, т.e. 4. Всички следващи числа са равни на 4.

Задачите от темата за пети клас са предложени от Емил Колев.