

СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“ – СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир „Иван Салабашев“

2 декември 2023 г.

Тема за 10., 11., 12. клас

(време за работа 120 минути)

За вярно решение на всяка от задачите се присъждат по 7 точки.

Не се разрешава ползването на калкулатори.

Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес <http://www.math.bas.bg/salabashev/> след 24.12.2023 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

Задача 1. Да се реши уравнението

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+3} + \sqrt{x+24} = 2\sqrt{x+15}.$$

Задача 2. Даден е изпъкнал четириъгълник $ABCD$. Ђглополовящите на $\sphericalangle ADB$ и $\sphericalangle BDC$ пресичат страните AB и BC в точките C_1 и A_1 . Да се докаже, че центърът на вписаната окръжност в $\triangle ABC$ лежи на отсечката A_1C_1 тогава и само тогава, когато $ABCD$ е вписан в окръжност.

Задача 3. Съществува ли квадратен тричлен $P(x)$ такъв, че за всяко $n \in \mathbb{N}$ уравнението $\underbrace{P(P(\dots P(x)\dots))}_{n \text{ ПЪТИ}} = 1$ има 2^n различни реални корени?