

## Математически турнир „Иван Салабашев“, 2022 г.

### Решения на задачите от темата за 6. клас

1. Стойността на израза  $4.2,55 - 3.(5,9 - 7,8)$  е:

- А) 4,5      Б) 15,9      В) 5,4      Г) 14,8

Отговор: Б).

2. В трапец  $ABCD$  с височина  $h = 5$  cm и лице  $S = 135$  cm<sup>2</sup> малката основа  $CD$  е 35% от голямата основа  $AB$ . Лицето на триъгълник  $ABC$  в квадратни сантиметри е равно на:

- А) 120      Б) 110      В) 100      Г) 90

Отговор: В).

3. Намерете неизвестното число  $x$  от равенството  $(x - 5,18) : (9,1 - 4,9) = 0,6$ .

- А) 8,5      Б) 6,25      В) 7,52      Г) 7,7

Отговор: Г).

4. Колко са естествените числа, които са взаимнопрости с 30 и са делители на 2022?

- А) 6      Б) 5      В) 4      Г) 2

Отговор: Г). Тъй като  $2022 = 2 \cdot 3 \cdot 337$ , то търсените числа са делители на 337. Понеже 337 е просто число, то има само два делителя 1 и 337.

5. В декартова координатна система са дадени точките  $A(a_1, a_2)$  и  $B(b_1, b_2)$ . Отсечката  $AB$  пресича абсцисната ос. Винаги е вярно че:

- А)  $a_2 b_2 < 0$       Б)  $a_2 b_2 > 0$   
В)  $a_1 b_1 < 0$       Г)  $a_1 b_1 > 0$

Отговор: А).

6. Колко са трицифрените числа  $\overline{abc}$ , за които  $3a = b + c$ ?

- А) 31      Б) 32      В) 33      Г) 34

Отговор: В). Сборът  $b + c$  трябва да се дели на 3, но да не е нула. От всички цифри 4 се делят на 3 (0,3,6,9), 3 дават остатък 1 при деление на 3 (1,4,7) и 2 дават остатък 2 при деление на 3 (2,5,8). Ако  $b$  се дели 3, то и  $c$  се дели на 3. Имаме  $4 \cdot 4 - 1 = 15$  такива двойки. Ако  $b$  дава остатък 1 (или 2), то  $c$  дава остатък 2 (или 1) и имаме  $3 \cdot 3 = 9$  такива двойки. Следователно търсеният брой е  $15 + 9 + 9 = 33$ .

7. Автомобил изминал разстоянието между два града за 3 часа, като първата половина от разстоянието се движил със средна скорост  $v$  km/h, а втората половина със средна скорост  $2v$  km/h. На връщане през се движил със средна скорост  $3v$  km/h. За колко минути се е върнал?

- А) 75      Б) 80      В) 85      Г) 90

Отговор: Б). Нека разстоянието между двата града е  $2S$  km. Тогава  $\frac{S}{v} + \frac{S}{2v} = 3 \iff \frac{S}{v} = 2$ . Времето за връщане е  $\frac{2S}{3v} = \frac{4}{3}$  часа, което е 80 минути.

8. Във всяка клетка на таблица с три реда и четири колони е записано по едно естествено число. Известно е, че сборът на числата във всеки от трите реда е един и същ и сбора на числата във

всеки от четирите колони е също един и същ. Сборът на всички числа в таблицата може да бъде:

- А) 112      Б) 57      В) 48      Г) 100

**Отговор: В).** Сборът на числата трябва да се дели на 3 и на 4, т.е. на 12. Само 48 се дели на 12.

9. Иван дал на Петър половината от парите си. След това Петър дал на Асен половината от парите си. След това Асен дал на Иван половината от парите си. Накрая Иван имал 4 лева, Петър имал 2 лева и Асен имал 3 лева. Парите на Иван, Петър и Асен в началото са били съответно:

- А) 2,3,4      Б) 3,4,2  
В) 2,4,3      Г) 4,3,2

**Отговор: А).**

10. Правоъгълен паралелепипед има пълна повърхнина  $135 \text{ cm}^2$ , обем  $85 \text{ cm}^3$  и лице на една от стените му  $25 \text{ cm}^2$ . Сборът от дължините на ръбовете на паралелепипеда в сантиметри е равен на:

- А) 16      Б) 15,9      В) 16,4      Г) 17,3

**Отговор: Б).** От  $abc = V = 85 \text{ cm}^3$  и  $ab = 25 \text{ cm}^2$  намираме  $c = 3,4 \text{ cm}$ . Сега от  $ab+bc+ca = 67,5$  след заместване  $ab = 25$  и  $c = 3,4$  получаваме  $25+3,4(a+b) = 67,5 \Rightarrow a+b = 12,5$ . Следователно  $a + b + c = 15,9 \text{ cm}$ .

11. Клас от 24 ученици взели пари за планирана екскурзия от няколко дни. Оказало се, че продължителността на екскурзията трябва да се съкрати с  $\frac{1}{3}$ , а разходите за един човек за един ден трябва да се увеличат с 20%. За колко ученици ще стигнат парите при новите условия?

**Отговор: 30.** Нека екскурзията е  $b$  дни, а разходите за един човек за един ден са  $c$  лева. Тогава всички пари са  $24 \cdot b \cdot c$ . След промяната дните стават  $\frac{2b}{3}$ , а разходите за един човек са  $1,2c = \frac{6}{5}c$ . Ако учениците при новите условия са  $x$ , то  $24 \cdot b \cdot c = x \cdot \frac{2b}{3} \cdot \frac{6}{5}c \Rightarrow x = 30$ .

12. С цифрите 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9 са образувани три числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ , като всяка цифра е използвана по един път. Ако  $a + b = c$ , колко различни стойности може да приема числото  $c$ .

**Отговор: 2.** Числото  $c$  трябва да е трицифрено и тогава първата му цифра е 1. Има две решения:  $89 + 75 = 164$  и  $89 + 57 = 146$ .

13. По колко начина таблица с 5 реда и 5 стълба може да бъде оцветена в два цвята, така че във всеки четири клетки, образуващи таблица  $2 \times 2$  да има по две клетки от всеки цвят?

**Отговор: 62.** Да разгледаме едно оцветяване на най-долния ред на таблицата. Ако в него има две съседни едноцветни клетки лесно се вижда, че всички клетки на таблицата се оцветяват еднозначно. Ако в този ред няма две съседни едноцветни клетки, то във всеки от останалите редове също няма две съседни едноцветни клетки и тогава всички редове са с редуващи се цветове. Тъй като има само две реда с редуващи се цветове и 30 реда с две съседни едноцветни, то търсеният брой е равен на:  $30 + 2^5 = 62$ .

14. На дъската е записана редица от естествени числа. Първото число е равно на 1, а всяко следващо число е равно на броят на делителите на числото, получено от произведението на предишното число с 6. Кое е 2022-то число в тази редица?

**Отговор: 12.** Членовете на редицата са 1, 4, 8, 10, 12, 12, 12, ..., т.е. всички числа след 5-то са равни на 12.

15. Книга има по-малко от 100 страници. Сборът от цифрите на четирите числа, използвани за номериране на последните 2 листа на тази книга е равен на 43. Колко страници има тази книга?

**Отговор: 82.** Нека най-малкото число за номериране на последните четири страници е  $\overline{ab}$ . Тогава числата са  $\overline{ab}$ ,  $\overline{ab} + 1$ ,  $\overline{ab} + 2$  и  $\overline{ab} + 3$ . Ако  $b \leq 6$  то никъде нямаме пренос и сбора на цифрите е  $4a + 4b + 6$  и е четно число, т.е. не може да бъде 43.

Следователно  $b = 7, 8$  или  $9$ . При  $b = 7$  сборът е  $4a + 25$  и не може да е 43. При  $b = 8$  сборът е  $4a + 20$  и не може да е 43. При  $b = 9$  сборът е  $4a + 15 = 43$ ,  $a = 7$  и последните 4 страници са 79, 80, 81 и 82.

**Задачите от темата за шести клас са предложени от Емил Колев**